

به نام خدا



تمرینات درس ریاضیات عمومی ۲ - رشته مهندسی عمران  
سری دوم: توابع برداری، کنج فرنه

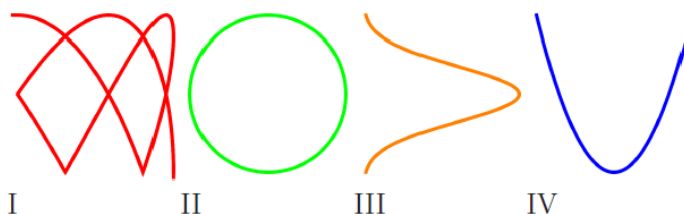
مدرس: حسینی

مهلت تحویل: ۱۴۰۳/۰۲/۱۹

(۱) در جاهای خالی، منحنی‌های مسطح متناظر با خم‌های پارامتری  $\vec{r}$  داده شده را مشخص کنید و در صورتی که هیچ مطابقتی وجود نداشته باشد، حرف O را وارد کنید.

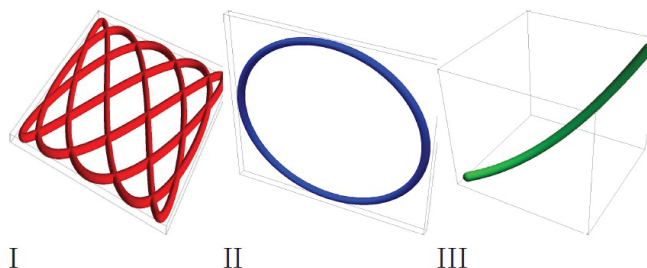
(الف)

$\vec{r}(t) =$	O-IV
$(e^{-t^2}, t)$	
$(\cos(t), \sin(t))$	
$( \cos(3t) ,  \sin(5t) )$	
$(2t, 3t)$	
$(t, t^2 + 1)$	



(ب)

$\vec{r}(t) =$	O-III
$(\cos(3t), \sin(5t), 0)$	
$(t, t, t^2)$	
$(\cos(t), 0, \sin(t))$	
$(\sin(t), \sin(t), \sin(t))$	



(۲) سیاره زمین را به شکل کره‌ای واحد که در مرکز یک فضای سه بعدی قرار گرفته است، تصور کنید. شهاب سنگی از نقطه  $P(0, 4, 3)$  در امتداد مسیر

$$\vec{r}(t) = ((4-t) \sin t, (4-t) \cos t, 3-t),$$

در حال نزدیک شدن به زمین است.

(الف) شهاب سنگ چه زمانی و کجا با زمین برخورد می‌کند.



(ب) سرعت شهاب سنگ در لحظه برخورد چقدر بوده است؟

(۳) اگر بردار سرعت ذره همواره بر خط واصل بین ذره تا نقطه ثابت  $P$  عمود باشد، نشان دهید مسیر حرکت ذره روی یک کره به مرکز  $P$  قرار دارد.

(۴) با استفاده از سنسورهای نصب شده روی یک فضاپیما، مشخص شد سرعت آن در زمان دلخواه  $t \geq 0$  در رابطه  $\vec{v}(t) = t\vec{i} + (2t^{3/2})\vec{j} + (2t^2)\vec{k}$  صدق می‌کند. مطلوبست محاسبه هر یک از موارد زیر در زمان دلخواه  $t \geq 0$ .

(الف) سرعت فضاپیما؛

(ب) بردار  $\frac{d\vec{v}}{ds}$ ؛

(پ) مسافت طی شده توسط فضاپیما از لحظه  $t = 0$  تا لحظه  $t = T$ ؛

(ت) موقعیت فضاپیما،  $\vec{r}(t)$ ، در صورتی‌که موقعیت آن در لحظه  $t = 0$  برابر

$$\vec{r}(t = 0) = \frac{1}{4}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k},$$

باشد.

(۵) ماشینی در یک جاده با قانون زیر حرکت می‌کند

$$x(t) = \int_0^t \sin\left(\frac{u^2}{4}\right) du, \quad y(t) = \int_0^t \cos\left(\frac{u^2}{4}\right) du, \quad t \geq 0$$

(الف) مطلوبست محاسبه سرعت، بردار یکه مماس، بردار یکه قائم اول بر مسیر و انحنای مسیر؛

(ب) در صورتی‌که انحنای جاده در رابطه

$$\left(\frac{d|\mathbf{v}|}{dt}\right)^2 + (\kappa|\mathbf{v}|^2)^2 < (\mu g)^2,$$

که در آن  $\mu$  ضریب اصطکاک و  $g$  شتاب گرانش است، صدق کند، ماشین نمی‌تواند ترمز کند. چه زمانی ماشین ترمز می‌کند.

(پ) مسافتی که ماشین پس از ترمز می‌پیماید را به دست آورید.

«موفق باشید»